

*Définition du domaine d'examen*

MAT-5107-2

# Mathématiques Fonctions et équations exponentielles et logarithmiques

Mise à jour novembre 2004

*Définition du domaine d'examen*

MAT-5107-2

# Mathématiques Fonctions et équations exponentielles et logarithmiques

Mise à jour novembre 2004

Formation professionnelle et technique  
et formation continue

Direction de la formation générale  
des adultes

© Gouvernement du Québec  
Ministère de l'Éducation, 2004 — 04-00746

ISBN 2-550-43446-3

Dépôt légal — Bibliothèque nationale du Québec, 2004

## 1. PRÉSENTATION

La présente définition du domaine d'examen a été rédigée aux fins d'évaluation sommative. Elle offre une description et une organisation des éléments essentiels et représentatifs du programme d'études *Mathématiques, enseignement secondaire, éducation des adultes* et, plus particulièrement, du cours *Fonctions et équations exponentielles et logarithmiques*. Elle est fondée sur le programme mais ne peut, en aucun cas, le remplacer. Elle assure la correspondance entre le programme et les épreuves nécessaires à l'évaluation sommative.

Les sections de la présente définition du domaine d'examen sont semblables à celles des définitions du domaine d'examen des autres cours. Leur contenu, cependant, est particulier à ce cours.

Le but de la définition du domaine d'examen est de préparer des épreuves valides d'une version à l'autre ou encore d'une commission scolaire à l'autre en tenant compte du partage des responsabilités entre le ministère de l'Éducation et les commissions scolaires.

## 2. CONSÉQUENCES DES ORIENTATIONS DU PROGRAMME D'ÉTUDES SUR L'ÉVALUATION SOMMATIVE

### ORIENTATIONS

Le programme de mathématiques du secondaire à l'éducation des adultes a pour objectif de permettre à l'élève de maîtriser les concepts mathématiques.

Par ce programme, on veut permettre à l'élève de maîtriser l'utilisation de certains outils élaborés en mathématiques pour des applications dans le domaine des sciences, des techniques ou des métiers.

Ce programme vise à développer chez l'élève l'habileté à traiter des éléments d'information en appliquant des modèles mathématiques et des stratégies appropriées pour résoudre des problèmes.

Ce programme vise à développer chez l'élève l'habileté à communiquer clairement de l'information au moyen du langage mathématique.

Ce programme a pour objectif de développer chez l'élève une méthode de travail rigoureuse.

Ce programme vise à développer chez l'élève la maîtrise d'outils technologiques.

### CONSÉQUENCES

Au moment de l'évaluation, on devra vérifier si l'élève maîtrise les différents concepts.

Au moment de l'évaluation, on devra exploiter des situations provenant des domaines des sciences, des techniques ou des métiers.

L'évaluation comportera des tâches qui permettront à l'élève d'organiser des éléments d'information, d'utiliser des modèles mathématiques et de résoudre des problèmes.

L'évaluation comportera des tâches qui exigeront l'utilisation du langage mathématique. Dans la notation, on tiendra compte de la précision et de la clarté du langage utilisé.

L'évaluation exigera que l'élève présente sa démarche de façon claire et structurée. Dans la notation, on tiendra compte de ces éléments.

L'utilisation d'une calculatrice scientifique ou à affichage graphique sera permise pour les épreuves de ce cours.

### 3. CONTENU DU COURS AUX FINS DE L'ÉVALUATION SOMMATIVE

#### Notions

##### Fonctions exponentielles

- Résolution algébrique d'une équation exponentielle, les deux membres de l'équation peuvent être des puissances de la même base ou des puissances de bases différentes;
- règle de la réciproque d'une fonction exponentielle;
- règle d'une fonction exponentielle correspondant à un contexte donné;
- valeur et signe de paramètres d'une fonction exponentielle, étant donné l'équation paramétrique et un graphique;
- liens entre la variation de deux paramètres d'une fonction exponentielle et la transformation d'un graphique, étant donné l'équation paramétrique et deux graphiques;
- étude des caractéristiques de fonctions exponentielles;
- règle d'une fonction exponentielle de la forme  $f(x) = \pm c^x + k$ , étant donné les coordonnées d'un point et l'équation de l'asymptote;
- problèmes liés à des fonctions exponentielles.

##### Fonctions logarithmiques

- Propriétés des logarithmes;
- valeur d'une expression logarithmique;
- réduction d'une expression logarithmique;
- résolution algébrique d'une équation logarithmique;
- valeur et signe de paramètres d'une fonction logarithmique, étant donné une équation et un graphique;
- liens entre la variation de deux paramètres d'une fonction logarithmique et la transformation d'un graphique, étant donné l'équation paramétrique et deux graphiques;
- étude des caractéristiques de deux fonctions logarithmiques;
- règle d'une fonction logarithmique de la forme  $f(x) = \log_c \pm (x - h)$ , étant donné les coordonnées d'un point et l'équation de l'asymptote
- problèmes liés à des fonctions logarithmiques.

## Habilités

Chaque habileté est définie dans le contexte d'un programme de mathématiques.

**Mathématiser** Traduire une situation donnée par un modèle mathématique (arithmétique, algébrique ou graphique).

Manifestations possibles : formaliser, illustrer, représenter, schématiser, symboliser, traduire, transposer, etc.

**Opérer** Effectuer une opération ou une transformation donnée.

Manifestations possibles : calculer, construire, décomposer, effectuer, estimer, évaluer, isoler, mesurer, reconstituer, résoudre, transformer, vérifier, etc.

**Analyser** Faire ressortir, de façon structurée et organisée, des liens complexes entre des concepts ou des définitions et des manifestations ou des illustrations de ceux-ci.

Manifestations possibles : conclure, corriger, déduire, dégager, démontrer, expliquer, extrapoler, inférer, justifier, etc.

**Synthétiser** Intégrer, de façon pertinente et organisée, diverses notions et habiletés afin de résoudre un problème.

Manifestation possible : résoudre un problème.

#### 4. TABLEAU DE PONDÉRATION

NOTIONS	FONCTIONS EXPONENTIELLES	FONCTIONS LOGARITHMIQUES
<b>HABILETÉS</b>	<b>15 %</b>	<b>85 %</b>
<b>MATHÉMATISER</b> 5 %	Déterminer la règle d'une fonction exponentielle correspondant à un contexte donné. <b>1</b> <b>5 %</b>	
<b>OPÉRER</b> 40 %	Résoudre algébriquement une équation exponentielle dans laquelle les deux membres sont des puissances de la même base. <b>2</b> <b>5 %</b>	Déterminer la valeur d'une expression logarithmique. <b>11</b> <b>5 %</b>
	Résoudre algébriquement une équation exponentielle dans laquelle les deux membres sont des puissances de bases différentes. <b>3</b> <b>5 %</b>	Réduire une expression logarithmique à sa forme la plus simple. <b>12</b> <b>10 %</b>
		Résoudre algébriquement une équation logarithmique dans laquelle chaque membre peut être ramené à une expression contenant un seul logarithme. <b>13</b> <b>10 %</b>
	Déterminer la règle de la réciproque d'une fonction exponentielle de la forme $f(x) = \pm c^x + k$ ou d'une fonction logarithmique de la forme $f(x) = \log_c \pm (x - h)$ . <b>4</b> <b>5 %</b>	
<b>ANALYSER</b> 35 %		Déterminer, parmi des énoncés illustrant les propriétés de logarithmes, ceux qui sont faux et les corriger. <b>14</b> <b>5 %</b>
	Déterminer l'intervalle et le signe de certains paramètres, étant donné l'équation paramétrique et un graphique. <b>5</b> <b>5 %</b>	
	Étudier les liens entre la variation de deux paramètres et la transformation d'un graphique, étant donné l'équation paramétrique et deux graphiques. <b>6</b> <b>5 %</b>	
	Comparer des caractéristiques de deux fonctions, étant donné les règles de deux fonctions exponentielles, de deux fonctions logarithmiques ou d'une fonction de chaque type. <b>7</b> <b>10 %</b>	
	Déterminer, parmi des énoncés décrivant certaines caractéristiques d'une fonction exponentielle ou logarithmique, ceux qui sont faux et les corriger. <b>8</b> <b>5 %</b>	
	Rechercher la règle d'une fonction exponentielle de la forme $f(x) = \pm c^x + k$ ou d'une fonction logarithmique de la forme $f(x) = \log_c \pm (x - h)$ , étant donné les coordonnées d'un point et l'équation de l'asymptote. <b>9</b> <b>5 %</b>	
<b>SYNTHÉTISER</b> 20 %	Résoudre deux problèmes liés à des fonctions exponentielles ou à des fonctions logarithmiques. <b>10</b> <b>20 %</b>	



## 5. COMPORTEMENTS OBSERVABLES

C'est à partir de la liste des comportements observables ci-dessous que seront construits les items de l'épreuve. On devra respecter les exigences et les limites précisées dans les dimensions ainsi que dans les objectifs du programme.

### Dimension 1

Déterminer la règle d'une fonction exponentielle correspondant à un contexte donné.

(mathématiser)

/5

### Dimension 2

Résoudre algébriquement une équation exponentielle dans laquelle les deux membres sont des puissances de la même base. Les exposants sont des expressions algébriques d'un degré inférieur à deux.

(opérer)

/5

### Dimension 3

Résoudre algébriquement une équation exponentielle dans laquelle les deux membres sont des puissances de bases différentes. Les exposants sont des expressions algébriques d'un degré inférieur à deux.

(opérer)

/5

### Dimension 4

Déterminer la règle de la réciproque d'une fonction exponentielle de la forme  $f(x) = \pm c^x + k$  ou d'une fonction logarithmique de la forme  $f(x) = \log_c \pm (x - h)$ .

(opérer)

/5

### Dimension 5

Étant donné l'équation paramétrique et le graphique muet d'une fonction exponentielle ou d'une fonction logarithmique, déterminer l'intervalle auquel appartient le paramètre  $c$ , soit  $\in ]0, 1[$  ou  $\in ]1, \infty$  et le signe des paramètres  $a$  et  $k$  ou  $b$  et  $h$ . La fonction exponentielle est de la forme  $f(x) = a \cdot c^x + k$  et la fonction logarithmique est de la forme  $f(x) = \log_c(b(x - h))$ . Les questions sont à réponses choisies.

(analyser)

/5

## Dimension 6

Étant donné l'équation paramétrique et deux graphiques muets d'une fonction exponentielle ou d'une fonction logarithmique, déterminer la modification apportée à deux paramètres de l'équation qui a permis de transformer le premier graphique pour obtenir le second. Les variations peuvent être les suivantes : le changement du signe des paramètres  $a$  ou  $b$  ou la variation significative des paramètres  $h$  ou  $k$ . La fonction exponentielle est de la forme  $f(x) = a \bullet c^{bx} + k$  et la fonction logarithmique est de la forme  $f(x) = a \bullet \log_c(b(x - h))$ . Les questions sont à réponses choisies. Le premier graphique correspond à la fonction de base, soit  $f(x) = \log_c x$  ou  $f(x) = c^x$ .

ou

Étant donné l'équation paramétrique et le graphique muet d'une fonction exponentielle ou d'une fonction logarithmique ainsi que la description d'une modification de deux de ses paramètres, choisir, parmi les graphiques proposés, celui qui est obtenu à la suite de la modification. Les variations peuvent être l'inversion de la valeur de  $c$ , le changement du signe des paramètres  $a$  ou  $b$ , ou encore la variation significative des paramètres  $h$  ou  $k$ . La fonction exponentielle est de la forme  $f(x) = a \bullet c^{bx} + k$  et la fonction logarithmique est de la forme  $f(x) = a \bullet \log_c(b(x - h))$ .  
(analyser) /5

Note : La dimension 6 doit porter sur l'autre type de fonction que celui utilisé dans la dimension 5.

## Dimension 7

Étant donné les règles et les graphiques de deux fonctions exponentielles, de deux fonctions logarithmiques ou d'une fonction de chaque type, comparer des caractéristiques de ces deux fonctions. La fonction exponentielle est de la forme  $f(x) = a \bullet c^{b(x-h)} + k$  et la fonction logarithmique est de la forme  $f(x) = a \bullet \log_c(b(x - h)) + k$ .  
(analyser) /10

### Dimension 8

Étant donné un graphique, la règle d'une fonction exponentielle ou d'une fonction logarithmique ainsi que des énoncés décrivant certaines caractéristiques de cette fonction, déterminer, parmi ces énoncés, ceux qui sont faux et les corriger de façon à les rendre véridiques. La fonction exponentielle est de la forme  $f(x) = a \bullet c^{b(x-h)} + k$  ou la fonction logarithmique est de la forme  $f(x) = a \bullet \log_c(b(x-h)) + k$ . Au plus deux énoncés sont faux.

(analyser)

/5

### Dimension 9

Trouver la règle d'une fonction exponentielle de la forme  $f(x) = \pm c^x + k$  ou d'une fonction logarithmique de la forme  $f(x) = \log_c \pm(x-h)$ . Pour la fonction exponentielle, les coordonnées d'un point dont l'abscisse est  $\neq 0$  et l'équation de l'asymptote sont fournies. Pour la fonction logarithmique, les coordonnées d'un point dont l'ordonnée est  $\neq 0$  et l'équation de l'asymptote sont fournies. Les informations peuvent être données textuellement ou graphiquement. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.

(analyser)

/5

Note : La dimension 9 doit porter sur l'autre type de fonction que celui utilisé dans la dimension 8.

### Dimension 10

Résoudre deux problèmes liés à des fonctions exponentielles ou à des fonctions logarithmiques. Pour une fonction logarithmique, la règle est donnée; pour une fonction exponentielle, la résolution peut exiger au plus de compléter la règle en déterminant la valeur d'un paramètre. La résolution peut également exiger de tracer le graphique, de déterminer certaines caractéristiques de la fonction, de déduire certaines informations selon le contexte ou de comparer certaines caractéristiques de deux fonctions. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.

(synthétiser)

/20

### **Dimension 11**

Déterminer la valeur d'une expression logarithmique. L'expression ne doit pas comprendre plus de trois termes, chacun des termes devant être exprimé sous forme logarithmique et pouvant être évalué séparément. De plus, les termes à évaluer peuvent comporter des chiffres ou des variables.

(opérer)

/5

### **Dimension 12**

Réduire une expression logarithmique à sa forme la plus simple. L'expression ne doit pas comprendre plus de trois termes, chacun des termes devant être exprimé sous forme logarithmique. De plus, l'expression à simplifier peut comporter des chiffres ou des variables. La réduction peut exiger une factorisation simple de polynômes. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.

(opérer)

/10

### **Dimension 13**

Résoudre algébriquement une équation logarithmique dans laquelle chaque membre peut être ramené à une expression contenant un seul logarithme, et ce, en utilisant les propriétés des logarithmes. L'équation donnée doit comprendre trois termes et l'un des termes peut être un nombre entier. Un des membres de l'équation peut contenir une expression du 2<sup>e</sup> degré. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.

(opérer)

/10

### **Dimension 14**

Déterminer, parmi des énoncés, ceux qui sont faux et les corriger de façon à les rendre véridiques. Les énoncés sont des égalités entre deux expressions illustrant les propriétés des logarithmes. Les bases sont des variables et chaque énoncé porte sur une seule propriété. Au plus deux énoncés sont faux.

(analyser)

/5

Note : L'épreuve doit comporter au moins une question sur la base  $e$ .

## 6. JUSTIFICATION DES CHOIX

L'habileté **MATHÉMATISER** compte pour 5 % de l'évaluation. Par cette habileté, on vérifie chez l'élève la maîtrise de la traduction d'une situation donnée par un modèle mathématique :

- la recherche de la règle d'une fonction exponentielle correspondant à un contexte donné.

L'habileté **OPÉRER** compte pour 40 % de l'évaluation. Par cette habileté, on vérifie chez l'élève la maîtrise de certaines opérations ou transformations :

- la résolution algébrique d'une équation exponentielle;
- la recherche de la règle de la réciproque d'une fonction exponentielle ou d'une fonction logarithmique;
- la détermination de la valeur d'une expression logarithmique;
- la réduction d'une expression logarithmique;
- la résolution algébrique d'une équation logarithmique.

L'habileté **ANALYSER** compte pour 35 % de l'évaluation. Par cette habileté, on vérifie la capacité de l'élève à faire des liens :

- entre la variation de deux paramètres et la transformation du graphique, étant donné l'équation paramétrique et deux graphiques;
- entre la valeur et le signe des paramètres, l'équation paramétrique et un graphique;
- entre les caractéristiques d'une fonction et sa représentation graphique;
- par la comparaison des caractéristiques de deux fonctions;
- par la recherche de la règle d'une fonction exponentielle ou d'une fonction logarithmique;
- par la vérification des énoncés portant sur les propriétés des logarithmes.

L'habileté **SYNTHÉTISER** compte pour 20 % de l'évaluation. Par cette habileté, on vérifie chez l'élève :

- sa maîtrise de la résolution de problèmes;
- la rigueur de sa méthode de travail;
- sa capacité à communiquer clairement sa pensée en utilisant le langage mathématique.

## **7. DESCRIPTION DE L'ÉPREUVE**

### **A. TYPE DE L'ÉPREUVE**

L'épreuve sommative sera une épreuve écrite comportant des items à réponses choisies, à réponses courtes ou à développement.

Les items devront respecter les exigences et les limites prévues dans les dimensions ainsi que dans les objectifs du programme. La répartition des notes devra respecter les pourcentages du tableau de pondération.

### **B. CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉPREUVE**

L'épreuve se déroulera en une seule séance d'une durée maximale de deux heures trente minutes.

L'utilisation de la calculatrice scientifique ou à affichage graphique sera permise.

### **C. NOTE**

La note de passage est fixée à 60 sur 100.

