Définition du domaine d'examen

MAT-4111-2

Mathématiques
Complément et synthèse I

Mise à jour novembre 2004

Québec

Définition du domaine d'examen

MAT-4111-2

Mathématiques
Complément et synthèse I

Mise à jour novembre 2004

Formation professionnelle et technique
et formation continue

Direction de la formation générale
des adultes

ISBN 2-550-43439-0

Dépôt légal — Bibliothèque nationale du Québec, 2004

1. PRÉSENTATION

La présente définition du domaine d'examen a été rédigée aux fins d'évaluation sommative. Elle offre une description et une organisation des éléments essentiels et représentatifs du programme d'études *Mathématiques, enseignement secondaire, éducation des adultes* et, plus particulièrement, du cours *Complément et synthèse I*. Elle est fondée sur le programme mais ne peut, en aucun cas, le remplacer. Elle assure la correspondance entre le programme et les épreuves nécessaires à l'évaluation sommative.

Les sections de la présente définition du domaine d'examen sont semblables à celles des définitions du domaine d'examen des autres cours. Leur contenu, cependant, est particulier à ce cours.

Le but de la définition du domaine d'examen est de préparer des épreuves valides d'une version à l'autre ou encore d'une commission scolaire à l'autre en tenant compte du partage des responsabilités entre le ministère de l'Éducation et les commissions scolaires.

2. CONSÉQUENCES DES ORIENTATIONS DU PROGRAMME D'ÉTUDES SUR L'ÉVALUATION SOMMATIVE

ORIENTATIONS	CONSÉQUENCES
Le programme de mathématiques du secondaire à l'éducation des adultes a pour objectif de permettre à l'élève de maîtriser les concepts mathématiques.	Au moment de l'évaluation, on devra vérifier si l'élève maîtrise les différents concepts.
Par ce programme, on veut permettre à l'élève de maîtriser l'utilisation de certains outils élaborés en mathématiques pour des applications dans le domaine des sciences, des techniques ou des métiers.	Au moment de l'évaluation, on devra exploiter des situations provenant des domaines des sciences, des techniques ou des métiers.
Ce programme vise à développer chez l'élève l'habileté à traiter des éléments d'information en appliquant des modèles mathématiques et des stratégies appropriées pour résoudre des problèmes.	L'évaluation comportera des tâches qui permettront à l'élève d'organiser des éléments d'information, d'utiliser des modèles mathématiques et de résoudre des problèmes.
Ce programme vise à développer chez l'élève l'habileté à communiquer clairement de l'information au moyen du langage mathématique.	L'évaluation comportera des tâches qui exigeront l'utilisation du langage mathématique. Dans la notation, on tiendra compte de la précision et de la clarté du langage utilisé.
Ce programme a pour objectif de développer chez l'élève une méthode de travail rigoureuse.	L'évaluation exigera que l'élève présente sa démarche de façon claire et structurée. Dans la notation, on tiendra compte de ces éléments.
Ce programme vise à développer chez l'élève la maîtrise d'outils technologiques.	L'utilisation d'une calculatrice scientifique ou à affichage graphique sera permise pour les épreuves de ce cours.

3. CONTENU DU COURS AUX FINS DE L'ÉVALUATION SOMMATIVE

Notions

Système d'équations à deux variables (une des équations est de degré 0 ou 1 et l'autre, de degré 2)
- Résolution algébrique;
- problème lié à un système d'équations à deux variables.

Opérations sur les fonctions polynomiales
- Somme, différence ou produit;
- reconnaissance du graphique résultant d'une opération sur deux fonctions représentées graphiquement;
- reconnaissance du graphique résultant d'une opération sur deux fonctions décrites par des équations paramétriques.

Géométrie analytique
- Aire d'un triangle dont on connaît les coordonnées des sommets;
- aire d'un quadrilatère non rectangle dont on connaît les coordonnées des sommets;
- équation d'une ligne remarquable d'un triangle dont on connaît les coordonnées des sommets;
- appartenance d'un quadrilatère à une catégorie particulière;
- démonstration à l'aide de la géométrie analytique.

Géométrie
- Démonstration faisant appel aux concepts d'isométrie ou de similitude;
- problème portant sur des figures planes semblables;
- problème portant sur des solides semblables;
- problème portant sur des figures planes équivalentes;
- problème portant sur des solides équivalents.

Habiletés

Chaque habileté est définie dans le contexte d'un programme de mathématiques.

Opérer	Effectuer une opération ou une transformation donnée. Manifestations possibles : calculer, construire, décomposer, effectuer, estimer, évaluer, isoler, mesurer, reconstituer, résoudre, tracer, transformer, vérifier, etc.
Analyser	Faire ressortir, de façon structurée et organisée, des liens complexes entre des concepts ou des définitions et des manifestations ou des illustrations de ceux-ci. Manifestations possibles : conclure, corriger, déduire, dégager, démontrer, expliquer, extrapoler, inférer, justifier, etc.
Synthétiser	Intégrer, de façon pertinente et organisée, diverses notions et habiletés afin de résoudre un problème. Manifestation possible : résoudre un problème.

4. TABLEAU DE PONDÉRATION

<table>
<tr><th>NOTIONS
HABILETÉS</th><th>SYSTÈME D’ÉQUATIONS
15 %</th><th>OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS
10 %</th><th>GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE
30 %</th><th>GÉOMÉTRIE
45 %</th></tr>
<tr><td rowspan="2">OPÉRER
20 %</td><td>Résoudre algébriquement un système d’équations à deux variables dont l’une est du 2^e degré.
1 5 %</td><td></td><td>Calculer l’aire d’un triangle ou d’un quadrilatère non rectangle.
5 10 %</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Déterminer l’équation d’une ligne remarquable d’un triangle.
6 5 %</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">ANALYSER
30 %</td><td rowspan="2"></td><td>Reconnaître le graphique résultant d’une opération sur deux fonctions représentées graphiquement.
3 5 %</td><td>Démontrer l’appartenance d’un quadrilatère à une catégorie particulière de quadrilatères.
7 10 %</td><td></td></tr>
<tr><td>Reconnaître le graphique résultant d’une opération sur deux fonctions décrites par des équations paramétriques.
4 5 %</td><td>Compléter une démonstration d’une proposition relative au triangle ou au quadrilatère à l’aide de la géométrie analytique.
8 5 %</td><td>Compléter une démonstration faisant appel aux concepts d’isométrie ou de similitude.
9 5 %</td></tr>
<tr><td rowspan="4">SYNTHÉTISER
50 %</td><td>Résoudre algébriquement un problème lié à un système d’équations à deux variables dont l’une est du 2^e degré. Les équations ne sont pas données.
2 10 %</td><td></td><td></td><td>Résoudre un problème portant sur des figures planes semblables.
10 10 %</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Résoudre un problème portant sur des solides semblables.
11 10 %</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Résoudre un problème portant sur des figures planes équivalentes.
12 10 %</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Résoudre un problème portant sur des solides équivalents.
13 10 %</td></tr>
</table>

5. COMPORTEMENTS OBSERVABLES

C’est à partir de la liste des comportements observables ci-dessous que seront construits les items de l’épreuve. On devra respecter les exigences et les limites précisées dans les dimensions ainsi que dans les objectifs du programme.

Dimension 1

Résoudre algébriquement un système de deux équations à deux variables dont l’une est de degré 0 ou 1 et l’autre de degré 2. Il peut n’y avoir aucune solution ou il peut y en avoir une ou deux. L’élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.
(opérer) /5

Dimension 2

Résoudre algébriquement un problème lié à un système de deux équations à deux variables dont l’une est de degré 0 ou 1 et l’autre de degré 2. La résolution exige de trouver les équations à partir des coordonnées de certains points, données dans un énoncé accompagné d’un schéma ou d’un graphique. La résolution exige également d’effectuer une analyse comparative ou de déterminer les points d’intersection du système. L’élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.
(synthétiser) /10

Dimension 3

À partir des représentations graphiques muettes de deux fonctions polynomiales d’un degré inférieur à 3, reconnaître le graphique qui correspond à la somme, à la différence ou au produit de ces fonctions. Le produit des fonctions doit être d’un degré inférieur à 3.
(analyser) /5

Dimension 4

À partir d’équations paramétriques de deux fonctions polynomiales d’un degré inférieur à 3 et de certaines précisions concernant la valeur des paramètres, reconnaître le graphique qui correspond à la somme, à la différence ou au produit de ces deux fonctions.
(analyser) /5

Dimension 5

Calculer l'aire d'un triangle ou d'un quadrilatère non-rectangle, étant donné les coordonnées des sommets, qui doivent être des nombres entiers. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.
(opérer) /10

Dimension 6

Étant donné les coordonnées des sommets d'un triangle, trouver l'équation d'une ligne remarquable de cette figure (hauteur, médiane ou médiatrice). L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche
(opérer) /5

Dimension 7

Étant donné les coordonnées des sommets d'un quadrilatère, montrer que cette figure appartient à une catégorie particulière de quadrilatères. L'élève doit justifier les éléments de sa démarche à l'aide des définitions ou des propriétés des figures, de diverses formules ou de divers énoncés de géométrie analytique.
(analyser) /10

Dimension 8

Compléter, à l'aide de la géométrie analytique, la démonstration d'une proposition relative au triangle ou au quadrilatère. Dans la figure qui est donnée, une base est située sur l'axe des abscisses; les coordonnées des sommets sont littérales, sauf pour les deux sommets situés sur l'axe des *x* et dont l'un est à l'origine.
(analyser) /5

Dimension 9

Compléter une démonstration faisant appel aux concepts d'isométrie ou de similitude. La figure est donnée.
(analyser) /5

Dimension 10

Résoudre un problème portant sur des figures planes semblables. Le rapport de similitude peut être donné ou établi en comparant des mesures de longueur ou d'aire. La résolution peut exiger l'utilisation de notions de trigonométrie. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.
(synthétiser) /10

Dimension 11

Résoudre un problème portant sur des solides semblables. Le rapport de similitude peut être donné ou établi en comparant des mesures de longueur, d'aire ou de volume. La résolution peut exiger l'utilisation de notions de trigonométrie. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.
(synthétiser) /10

Dimension 12

Résoudre un problème portant sur des figures planes équivalentes. La résolution peut faire appel à des équations du 2^e degré ou à des notions de trigonométrie. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.
(synthétiser) /10

Dimension 13

Résoudre un problème portant sur des solides équivalents. La résolution peut faire appel à des équations du 2^e degré ou à des notions de trigonométrie. L'élève doit présenter clairement les éléments de sa démarche.
(synthétiser) /10

Notes : On doit faire appel à des notions de trigonométrie dans au moins un item des dimensions 10, 11, 12 ou 13.

On doit faire appel à une équation du 2^e degré dans un item des dimensions 12 ou 13.

6. JUSTIFICATION DES CHOIX

L'habileté **OPÉRER** compte pour 20 % de l'évaluation. Par cette habileté, on vérifie chez l'élève la maîtrise de certaines opérations ou transformations :

– la résolution de systèmes d'équations à deux variables (une des équations est du 2^e degré);
– le calcul de l'aire d'un triangle ou d'un quadrilatère non rectangle;
– la détermination de l'équation d'une ligne remarquable d'un triangle.

L'habileté **ANALYSER** compte pour 30 % de l'évaluation. Par cette habileté, on vérifie la capacité de l'élève à faire des liens :

– par la reconnaissance du graphique de la fonction résultant d'une opération effectuée sur deux fonctions;
– par la démonstration de l'appartenance d'un quadrilatère à une catégorie particulière de quadrilatères;
– par la complétion d'une démonstration à l'aide de la géométrie analytique;
– par la complétion d'une démonstration faisant appel aux concepts d'isométrie ou de similitude.

L'habileté **SYNTHÉTISER** compte pour 50 % de l'évaluation. Par cette habileté, on vérifie chez l'élève :

– sa maîtrise de la résolution de problèmes;
– la rigueur de sa méthode de travail;
– sa capacité à communiquer clairement sa pensée en utilisant le langage mathématique.

7. DESCRIPTION DE L'ÉPREUVE

A. TYPE DE L'ÉPREUVE

L'épreuve sommative sera une épreuve écrite comportant des items à réponses choisies, à réponses courtes ou à développement.

Les items devront respecter les exigences et les limites prévues dans les dimensions ainsi que dans les objectifs du programme. La répartition des notes devra respecter les pourcentages du tableau de pondération.

B. CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉPREUVE

L'ensemble des parties de l'épreuve se déroulera en une seule séance d'une durée maximale de trois heures.

L'utilisation de la calculatrice scientifique ou à affichage graphique ainsi que celle d'une règle, d'un compas ou d'une équerre seront permises.

Un formulaire et une liste d'énoncés géométriques seront fournis aux élèves (voir en annexe).

C. NOTE

La note de passage est fixée à 60 sur 100.

Formules de géométrie analytique

Distance entre un point et une droite

$$\frac{\left|Ax_1 + By_1 + C\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \text{ou} \quad \frac{\left|ax_1 - y_1 + b\right|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

Point de partage d'un segment de droite

$$x = \frac{bx_1 + ax_2}{a+b}, \quad y = \frac{by_1 + ay_2}{a+b}$$

ou

$$x = \frac{nx_1 + mx_2}{n+m}, \quad y = \frac{ny_1 + my_2}{n+m}$$

ou

$$x = x_1 + \frac{a}{b} \bullet (x_2 - x_1), \quad y = y_1 + \frac{a}{b} \bullet (y_2 - y_1)$$

Distance entre deux points

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Formules de géométrie

Périmètre et aire des figures planes

Périmètre = Somme de tous les côtés

Aire du triangle : $A=\frac{b\times h}{2}$	**Aire du trapèze :** $A=\frac{(B+b)\times h}{2}$
Aire du parallélogramme : $A=b\times h$	**Aire du losange :** $A=\frac{D\times d}{2}$

Solides

SOLIDE	Formule d'aire latérale	Formule d'aire totale	Formule pour le volume
CUBE	$A = 4\,c^2$	$A = 6\,c^2$	$V = c^3$ ou $V =$ *(aire de la base) (hauteur)*
PRISME RECTANGULAIRE	$A = 2h\,(L + l)$	$A = 2(hL + hl + Ll)$	$V = L \times l \times h$ ou $V =$ *(aire de la base) (hauteur)*
CYLINDRE	$A = 2\pi rh$	$A = 2\pi r(h+r)$	$V = \pi\ r^2 h$ ou $V =$ *(aire de la base) (hauteur)*
CÔNE	$A = \pi\ r\,g$	$A = \pi\ r\,(g + r)$	$V = \frac{1}{3}\pi\ r^2 h$ ou $V = \frac{1}{3}$ *(aire de la base) (hauteur)*

ANNEXE

PREMIÈRE PARTIE : ÉNONCÉS EXTRAITS DES COURS ANTÉRIEURS (N^{os} 1 à 35)

ANGLES

1. Des angles adjacents qui ont leurs côtés extérieurs en ligne droite sont supplémentaires.
2. Les angles opposés par le sommet sont congrus.
3. Si une sécante coupe deux droites parallèles, alors :
   a) les angles alternes-internes sont congrus;
   b) les angles alternes-externes sont congrus;
   c) les angles correspondants sont congrus.
4. Si deux angles correspondants (ou alternes-internes ou alternes-externes) sont congrus, alors ils sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante.

TRIANGLES

5. La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.
6. Dans tout triangle, au plus grand angle est opposé le plus grand côté.
7. Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés congrus sont congrus.
8. Dans tout triangle équilatéral, les angles mesurent 60°.
9. Dans tout triangle isocèle, la médiatrice du côté adjacent aux angles congrus est la bissectrice, la médiane et la hauteur issues de l'angle opposé à ce côté.
10. Dans tout triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.
11. Dans tout triangle rectangle isocèle, chacun des angles aigus mesure 45°.
12. Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des autres côtés (théorème de Pythagore).
13. Si un triangle est tel que le carré de la mesure d'un côté est égal à la somme des carrés des mesures des autres, il est rectangle.
14. Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.
15. Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues congrus sont isométriques.
16. Deux triangles qui ont un angle congru compris entre des côtés homologues congrus sont isométriques.
17. Deux triangles qui ont un côté congru compris entre des angles homologues congrus sont isométriques.
18. Deux triangles qui ont deux angles homologues congrus sont semblables.

19. Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
20. Deux triangles possédant un angle congru compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.
21. Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle aigu est égal au rapport obtenu en divisant la mesure du côté opposé à cet angle par la mesure de l'hypoténuse :

    $\sin A = \frac{a}{c}$, dans lequel *a* est la mesure du côté opposé à l'angle *A*

    et *c* est la mesure de l'hypoténuse.
22. Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au rapport obtenu en divisant la mesure du côté adjacent à cet angle par la mesure de l'hypoténuse :

    $\cos A = \frac{b}{c}$, dans lequel *b* est la mesure du côté adjacent à l'angle *A*

    et *c* est la mesure de l'hypoténuse.
23. Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle aigu est égale au rapport obtenu en divisant la mesure du côté opposé à cet angle par la mesure du côté adjacent à celui-ci :

    $\tan A = \frac{a}{b}$, dans lequel *a* est la mesure du côté opposé à l'angle *A*

    et *b* est la mesure du côté adjacent à l'angle *A*.
24. Les mesures des côtés d'un triangle quelconque sont proportionnelles aux sinus des angles opposés à ces côtés (loi des sinus) :

    $$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$
25. Le carré de la longueur d'un côté d'un triangle quelconque est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés, moins le double du produit des longueurs des deux autres côtés par le cosinus de l'angle compris (loi des cosinus) :

    $$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \bullet \cos A$$

    $$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \bullet \cos B$$

    $$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \bullet \cos C$$

QUADRILATÈRES

26. Les angles opposés d'un parallélogramme sont congrus.
27. Les côtés opposés d'un parallélogramme sont congrus.
28. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
29. Les diagonales d'un rectangle sont congrues.
30. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

CERCLES ET DISQUES

31. Tous les diamètres d'un cercle sont congrus.
32. Dans un cercle, la mesure d'un diamètre est égale au double de celle du rayon.
33. Dans un cercle, les axes de symétrie passent par le centre.
34. Dans un cercle, le rapport entre la circonférence et le diamètre est une constante que l'on représente par π : $C = \pi d$ ou $C = 2\pi r$, dans lequel *C* est la circonférence, *d* est le diamètre et *r* est le rayon.
35. L'aire d'un disque est égale à πr^2 : $A = \pi r^2$, dans lequel *A* est l'aire et *r* est le rayon.

DEUXIÈME PARTIE : ÉNONCÉS PARTICULIERS À CE COURS (N^os^ 36 à 55)

ISOMÉTRIES ET FIGURES ISOMÉTRIQUES

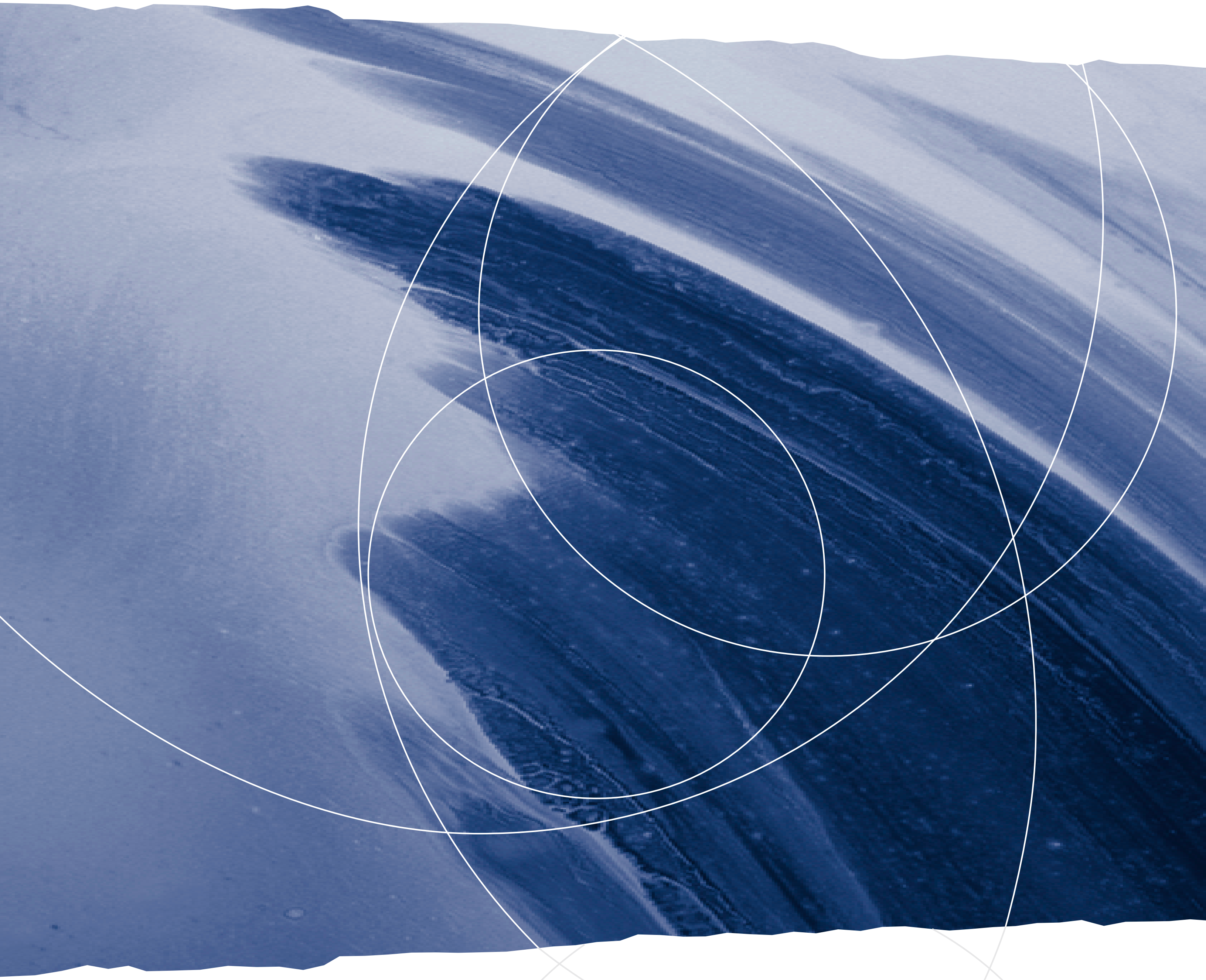
36. Une transformation isométrique conserve la colinéarité, le parallélisme, l'ordre des points, les distances et les mesures des angles. Les translations et les rotations conservent en plus l'orientation du plan.
37. Toute translation transforme une droite en une droite parallèle.
38. Des figures planes ou des solides sont isométriques si et seulement s'il existe une isométrie qui associe une figure à l'autre.
39. Dans les figures planes ou solides isométriques, les éléments suivants ont la même mesure :
    a) les segments et angles homologues;
    b) les périmètres;
    c) les aires;
    d) les volumes.
40. Tout point de la médiatrice d'un segment est situé à égale distance des deux extrémités de ce segment.
41. Tout point de la bissectrice d'un angle est situé à égale distance des côtés de cet angle.
42. Dans tout triangle rectangle, la mesure de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la demi-mesure de l'hypoténuse[*].
43. Dans tout triangle, les trois médiatrices concourent en un même point équidistant des trois sommets.
44. Dans un polygone convexe, les diagonales issues d'un sommet divisent ce polygone en autant de triangles qu'il y a de côtés moins deux.
45. La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone est égale à autant de fois 180° qu'il a de côtés moins deux.
46. La somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe est égale à 360°.

---

[*] La démonstration de cet énoncé fait aussi intervenir un cas de similitude des triangles.

SIMILITUDES ET FIGURES SEMBLABLES

47. Toute transformation homothétique conserve la colinéarité, le parallélisme, l'ordre des points, l'orientation du plan, les mesures des angles et le rapport des distances.
48. Toute homothétie transforme une droite en une droite parallèle.
49. Des figures planes ou des solides sont semblables si et seulement s'il existe une similitude qui associe une figure à l'autre.
50. Dans des figures planes ou des solides semblables :
    a) le rapport entre les mesures de segments homologues est égal au rapport de similitude;
    b) le rapport entre les mesures d'angles homologues est de 1;
    c) le rapport entre les aires est égal au carré du rapport de similitude;
    d) le rapport entre les volumes est égal au cube du rapport de similitude.
51. Des figures planes ou des solides dont le rapport de similitude est de 1 sont isométriques.
52. Toute droite sécante à deux côtés d'un triangle et parallèle au troisième côté forme un petit triangle semblable au grand.
53. Des sécantes, coupées par des parallèles, sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.
54. Le segment de droite qui joint le milieu de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure est la moitié de celle du troisième côté.
55. Dans tout triangle, les trois médianes concourent en un même point situé aux deux tiers de chacune à partir du sommet.



Éducation
Québec

apprendre
tout au long de la vie

41-3512-MAJ